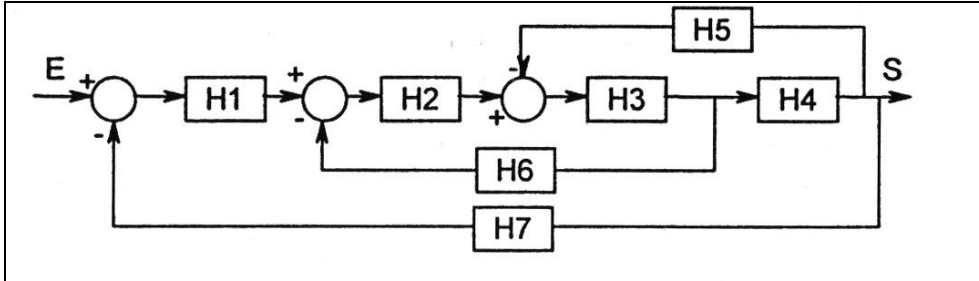


Fonction de transfert

Donner la fonction de transfert du système représenté à la figure suivante :



Transformation de schemas blocs

Transformer les schémas blocs fournis (1a,2a) en schémas blocs de la forme proposée (1b,2b). Donner les fonctions de transferts des blocs $\alpha(p)$ $\beta(p)$ $\gamma(p)$

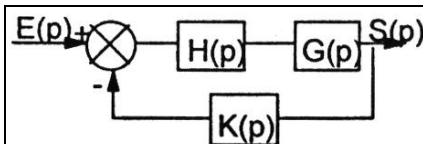


Schéma 1a

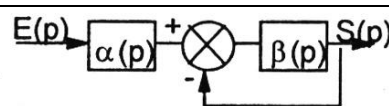


Schéma 1b

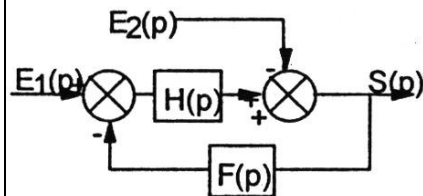


Schéma 2a

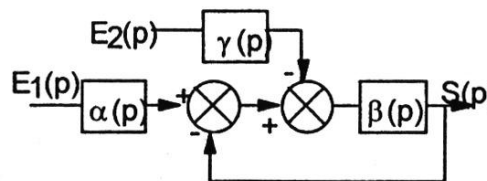


Schéma 2b

Transformées de Laplace et schéma bloc

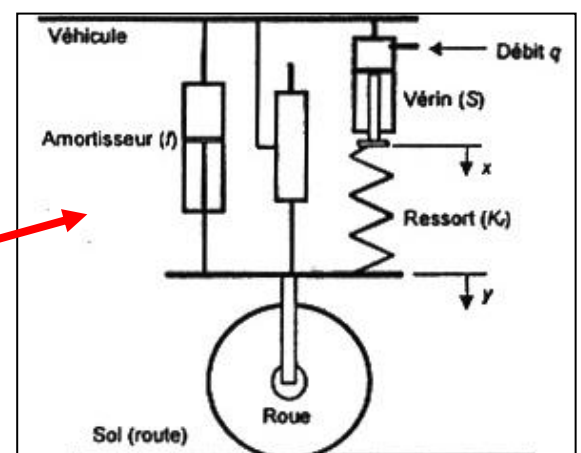
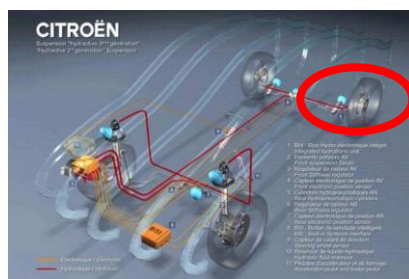
Le schéma ci-contre représente de manière très simplifiée un dispositif de suspension hydraulique d'un véhicule. L'axe de roue est guidé par rapport au châssis du véhicule au moyen d'une liaison glissière verticale.

Un ressort de raideur K_r et un vérin hydraulique de section S montés en série constituent l'élément déformable de la suspension.

Un amortisseur de constante f est monté en parallèle avec l'ensemble précédent.

L'observateur se place dans le véhicule. On choisit comme point de repos une situation dans laquelle le véhicule est immobile.

On appelle x et y les variations de position des extrémités du ressort autour du point de repos.



D'une façon générale, on désigne par $\vec{F}_{A/B} = F_{A/B} \cdot \vec{u}$ la variation autour du point de repos de la composante verticale de l'effort exercé par un élément A sur un élément B du système.

La perturbation provoquée par les inégalités du sol est représentée par la grandeur $\vec{F}_p = F_p \cdot \vec{u}$ (variation de la composante verticale de l'effort exercé par la route sur la roue).

Enfin, un distributeur hydraulique non représenté envoie vers le vérin un débit d'huile q proportionnel à la différence entre la position désirée et la position actuelle de la roue $q(t) = K_D(y_c(t) - y(t))$

On appelle M l'ensemble (roue + axe) de masse m .

Mise en équation

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'ensemble M donne en projection sur u :

$$m \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} = F_{R/M} + F_{A/M} + F_p$$

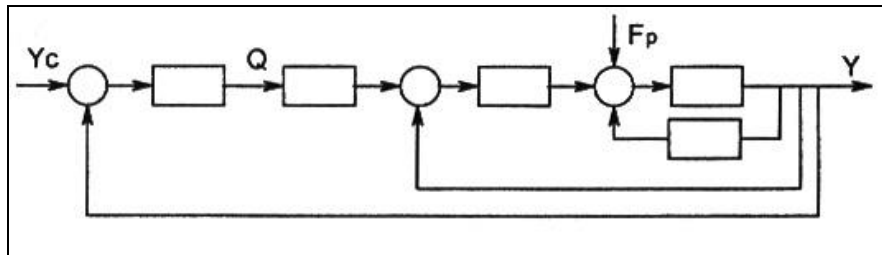
La force exercée par l'amortisseur sur l'ensemble M s'exprime : $F_{A/M} = -f \cdot \frac{dy}{dt}$

La force exercée par le ressort sur l'ensemble M s'exprime : $F_{R/M} = K_R \cdot (x - y)$

La relation entre le débit et le déplacement de la tige du vérin est $q = S \cdot \frac{dx}{dt}$

Questions

- Q1/ En supposant qu'à l'instant $t=0$, les grandeurs physiques sont nulles, déterminez les transformées de Laplace des équations présentées.
- Q2/ Recopiez et complétez le schéma bloc suivant en utilisant les équations obtenues à la question précédente.



- Q3/ Le système étudié est-il monovariable ou multivariable ?

Performance en poursuite :

Pour la question suivante, la perturbation F_p est nulle. On agit sur l'entrée de consigne y_c , afin de faire varier la « garde au sol », c'est-à-dire la distance entre le plancher du véhicule et la route

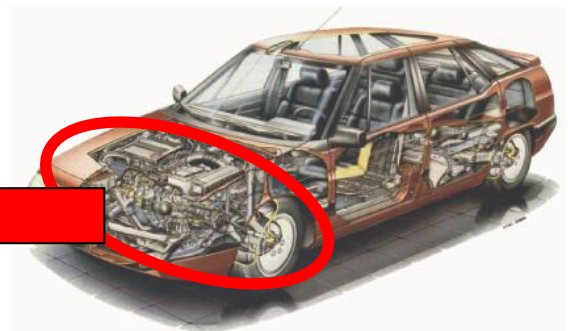
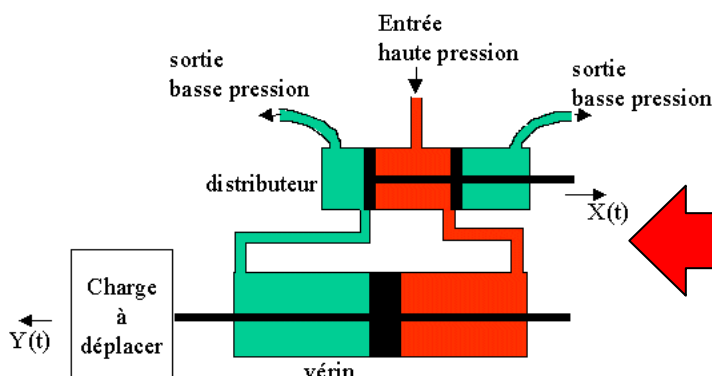
- Q4/ Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{Y(p)}{Y_c(p)}$

Performance en régulation :

Pour la question suivante, la perturbation y_c est nulle

- Q5/ Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{Y(p)}{F_p(p)}$

Servomoteur hydraulique.



Le schéma de principe d'un servomoteur hydraulique est donné ci-dessous :

Il est principalement constitué d'un vérin hydraulique, dont le déplacement de la tige est repéré $Y(t)$, alimenté en huile par un distributeur, dont le déplacement du tiroir est repéré $X(t)$.
La transmittance retenue pour ce type de mécanisme est de la forme :

$$H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K}{p\tau + 1} \quad \text{avec } \tau \text{ la constante de temps et } K \text{ le gain}$$

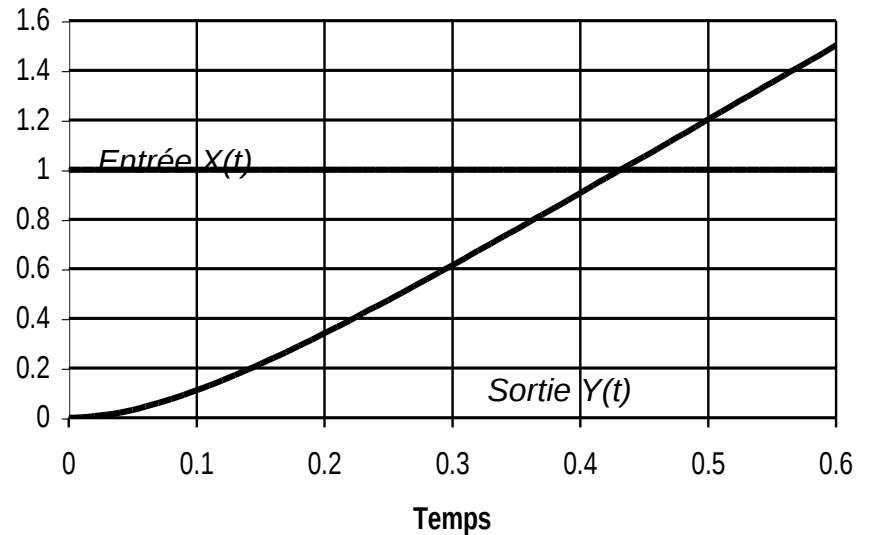
1.1 Etude préliminaire.

Question 1 : Déterminer et tracer la réponse à un échelon unitaire d'un système linéaire de

transmittance $H(p) = \frac{K}{p\tau + 1}$

1.2 Identification.

Un enregistrement expérimental de $y(t)$ pour une entrée $x(t)$ indicielle permet de caractériser le servomoteur.



Question 2 : A partir de cette réponse, déterminer K et τ relatifs au servomoteur.

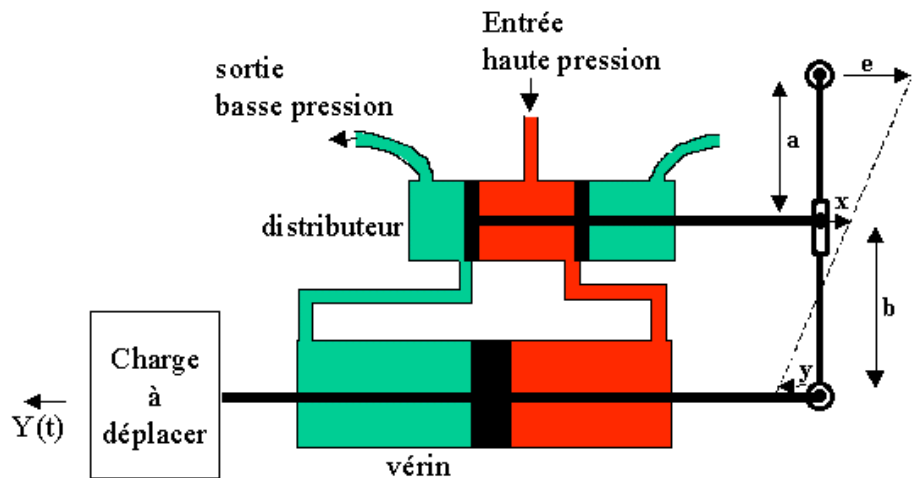
Fonctionnement asservi

On relie le tiroir du distributeur à la tige du vérin par un levier selon le principe suivant :

La consigne de déplacement $e(t)$ est donnée en déplaçant l'extrémité libre du levier.

Question 3 : Montrer que $X(t)$ est lié à $e(t)$ et $Y(t)$ par la relation :

$$X(t) = \frac{a}{a+b} \left[\frac{b}{a} e(t) - Y(t) \right]$$



Question 4 : Etablir le schéma fonctionnel de l'ensemble avec $E(p)$ l'entrée et $Y(p)$ la sortie.

Question 5 : Calculer la fonction de transfert du système : $F(p) = \frac{Y(p)}{E(p)}$.

Question 6 : Cette fonction de transfert étant du 2^{ème} ordre, identifier le gain, la pulsation propre et le coefficient d'amortissement.

Question 7 : On retient $b/a=1$. Calculer et tracer la réponse $Y(t)$ à une entrée échelon.

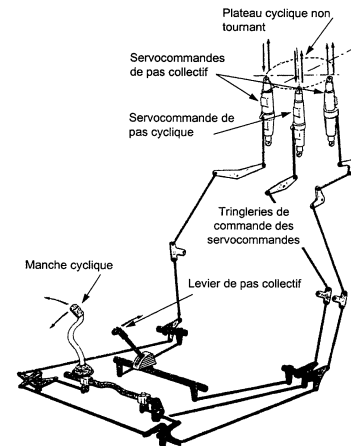
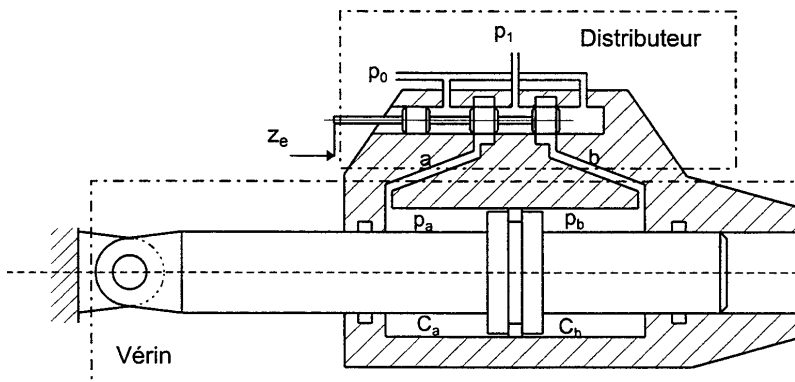
Etude d'une servocommande d'hélicoptère.

1. PRESENTATION.

L'étude proposée porte sur un des mécanismes de commande de l'orientation des pales du rotor d'un hélicoptère.

Pour déplacer un hélicoptère, son pilote agit sur le manche de pas cyclique et sur le levier de pas collectif. Ces ordres sont transmis par l'intermédiaire d'une tringlerie aux servocommandes (voir figure 1).

2. ETUDE DE LA SERVOCOMMANDE.



La servocommande utilisée est un système d'asservissement en position, à entrée mécanique. Elle est composée d'un distributeur à tiroir pilotant un vérin à corps mobile.

Le tiroir du distributeur reçoit la consigne Z_e . Celle-ci provient de la tringlerie de commande. Ce tiroir coulisse dans le corps du distributeur et met en communication chacune des deux conduites a et b avec la pression d'alimentation p_1 ou la pression de retour p_0 .

Les deux chambres C_a et C_b sont alimentées avec deux pressions différentes, ce qui a pour conséquence de déplacer le corps et générer la sortie Z_s .

Soit :

- $Z_e(t)$ la consigne d'entrée
- $Z_s(t)$ la réponse en sortie
- $p_1(t)$ la pression d'alimentation
- $p_0(t)$ la pression de retour
- $p_a(t)$ et $p_b(t)$ les pressions dans les chambres C_a et C_b de volumes V_a et V_b
- $V_t = (V_a + V_b)/2$
- rc , f et m la raideur, le coefficient de frottement visqueux et la masse de l'ensemble vérin plus charge
- K_d le gain du distributeur;
- B le module de compressibilité de l'huile;
- S la section utile du vérin.

On montre que le fonctionnement de la servocommande est modélisé par les équations suivantes :
a - équation de débit :

$$K_d \cdot (Z_e(t) - Z_s(t)) = S \cdot \frac{dZ_s(t)}{dt} + \frac{V_t}{2B} \cdot \frac{d(p_a(t) - p_b(t))}{dt} \quad (1)$$

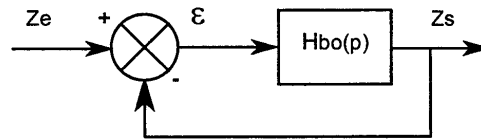
b - équation de dynamique appliquée au corps de vérin :

$$[pa(t) - pb(t)]S = rc \cdot Zs(t) + f \cdot \frac{dZs(t)}{dt} + m \cdot \frac{d^2Zs(t)}{dt^2} \quad (2)$$

Ecrire l'image de chaque équation (1) et (2) par la transformation de Laplace en considérant que toutes les conditions initiales sont nulles.

Remarque : pour une fonction scalaire f de la variable temporelle t , on notera F sa transformée de Laplace, dont la variable complexe sera notée p .

Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte, $Hbo(p)$, de la chaîne fonctionnelle représentée ci-dessous.



En posant $rh = \frac{2 \cdot B \cdot S^2}{\sqrt{t}}$ et $\omega = \frac{Kd}{S}$, exprimer $Hbo(p)$ en fonction de rc , rh , f , m et ω .

Application numérique :

$$rc = rh = 2 \cdot 10^7 \text{ N/m}$$

$$f = 10^5 \text{ N.s/m}$$

$$m = 250 \text{ kg}$$

$$\omega = 200 \text{ rd/s}$$

Dans le domaine fréquentiel d'utilisation de ce système, comme $\frac{m}{rh}$ est très petit devant 1, $Hbo(p)$ peut se

mettre sous la forme $\frac{G}{D(p)}$ où $D(p)$ est un polynôme en p de degré deux.

Exprimer alors numériquement $Hbo(p)$.

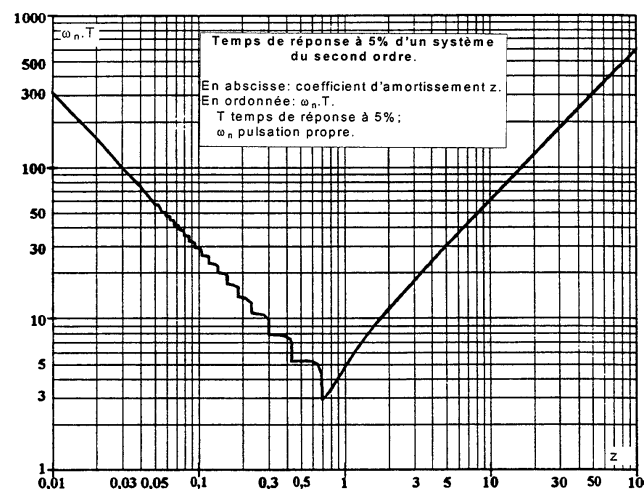
En déduire la fonction de transfert en boucle fermée $Hbf(p)$ du système ayant Ze en entrée et Zs en sortie. Mettre $Hbf(p)$ sous sa forme canonique. Préciser les valeurs du gain, de la pulsation propre et du coefficient d'amortissement.

Déterminer la réponse du système à une entrée échelon $Ze = z0 \cdot u(t)$, où $u(t)$ est la fonction échelon unitaire et $z0 \in \mathbb{R}$.

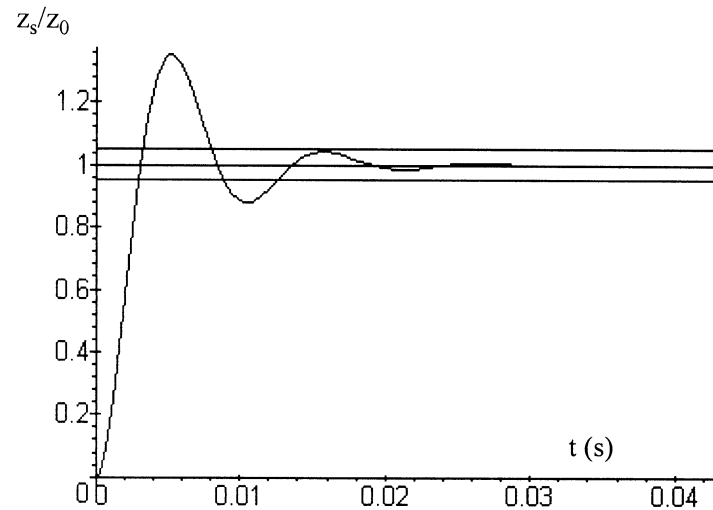
Tracer l'allure de la courbe représentative de la réponse précédemment calculée.

Préciser la valeur du dépassement maximum éventuel, de l'écart statique et du temps de réponse à 5%.

Pour évaluer le temps de réponse, utiliser l'abaque ci-dessous.



Pour améliorer les performances du système, on a augmenté le gain de la boucle ouverte. Dans ce cas, la réponse du système en boucle fermée à l'échelon précédent est représentée figure suivante.

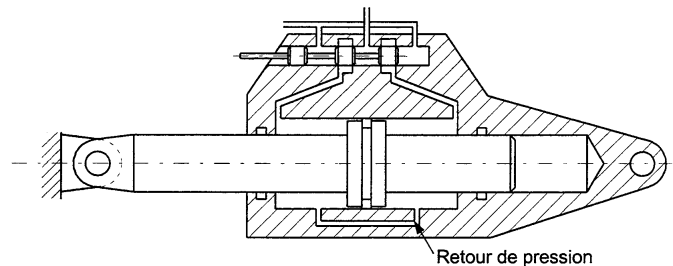


Trouver par lecture sur cette courbe :

- le temps de réponse à 5%
- l'écart statique
- le dépassement maximum

Quelles sont les conséquences de l'augmentation du gain sur le comportement du système?

La servocommande est munie d'un dispositif de correction dit « à retour de pression ». Voir figure ci-contre.



Ce dispositif est constitué d'une canalisation de petite section qui relie les deux chambres du vérin. Il permet de « compenser » le débit d'huile introduit par le distributeur au cours d'un dépassement de position (oscillation).

La fonction de transfert en boucle ouverte du système devient :
$$Hbo(p) = \frac{2 \cdot 10^5}{(400 + p) \cdot (500 + p) + p}$$

L'entrée du système est l'échelon $Ze = z_0 \cdot u(t)$, où $u(t)$ est la fonction échelon unitaire et $z_0 \in \mathbb{R}$.

Exprimer algébriquement l'image de l'écart par la transformation de Laplace : $\varepsilon(p) = Ze(p) - Zs(p)$, puis l'écart statique $\varepsilon(\infty)$. L'exprimer en pourcentage de z_0 .

La réponse indicielle du système corrigé est représentée ci-contre. Quels sont les avantages et inconvénients du système de correction utilisé ?

