

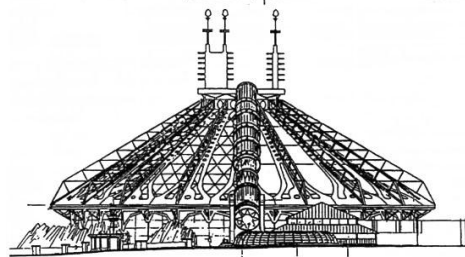
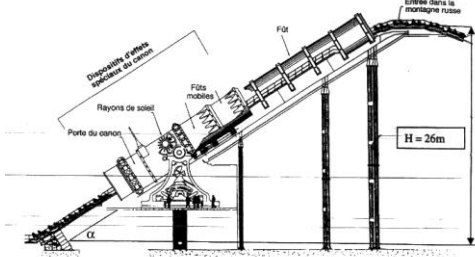
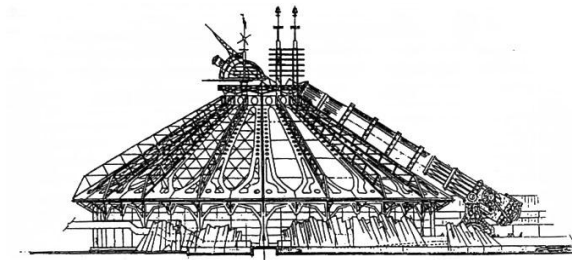
Attraction « Space Mountain »

1 Mise en situation

1.1 Présentation de l'attraction

Cette attraction est installée au parc EuroDisney. Elle se présente sous la forme d'un chapiteau renfermant une montagne russe à grande vitesse. Les passagers peuvent faire l'expérience d'un voyage évoquant l'histoire du roman de JULES VERNES « de la terre à la lune », grâce à de somptueux décors spatiaux. Les voitures sont sonorisées en synchronisation avec le circuit qui comporte trois renversements complets.

Le système de lancement, évoquant un canon, est en fait une catapulte à propulsion électrique de type porte-avions. Un poussoir vient en contact avec le train afin de le propulser. La motorisation de ce dispositif fait l'objet de ce devoir.



1.2 Objectifs

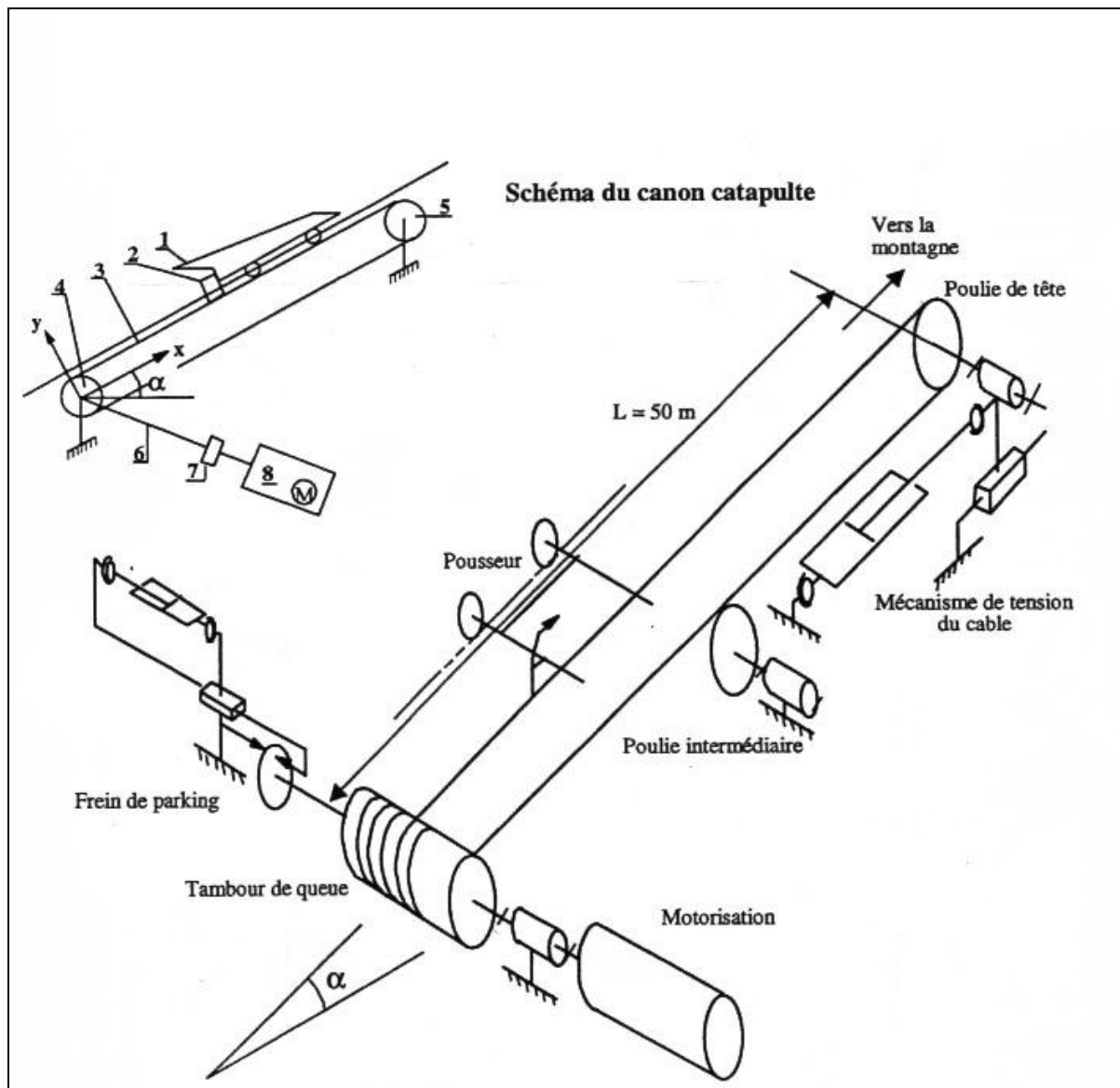
Il s'agit de :

- Modéliser le comportement du système de motorisation de la catapulte
- Quantifier des performances du système
- Conclure quand au respect du cahier des charges de la catapulte

2 Analyse fonctionnelle et structurelle de la catapulte (13 min)

Le partie opérative du système de lancement proprement dit comporte :

- Une rampe de lancement intégrée à un canon catapulte et disposée selon la génératrice du bâtiment de forme conique.
- Une chaîne fonctionnelle d'entraînement du poussoir 2 comportant un système de motorisation et un système de transformation de mouvement (La rotation de l'arbre moteur est transformée en translation du poussoir)
- Une chaîne fonctionnelle de tension du câble associée à la poulie de tête 5 : la tension du câble est ainsi contrôlée et asservie pendant toute la phase de lancement.
- Un frein de parking permet d'assurer le blocage du tambour d'entraînement lorsque le poussoir est au repos.



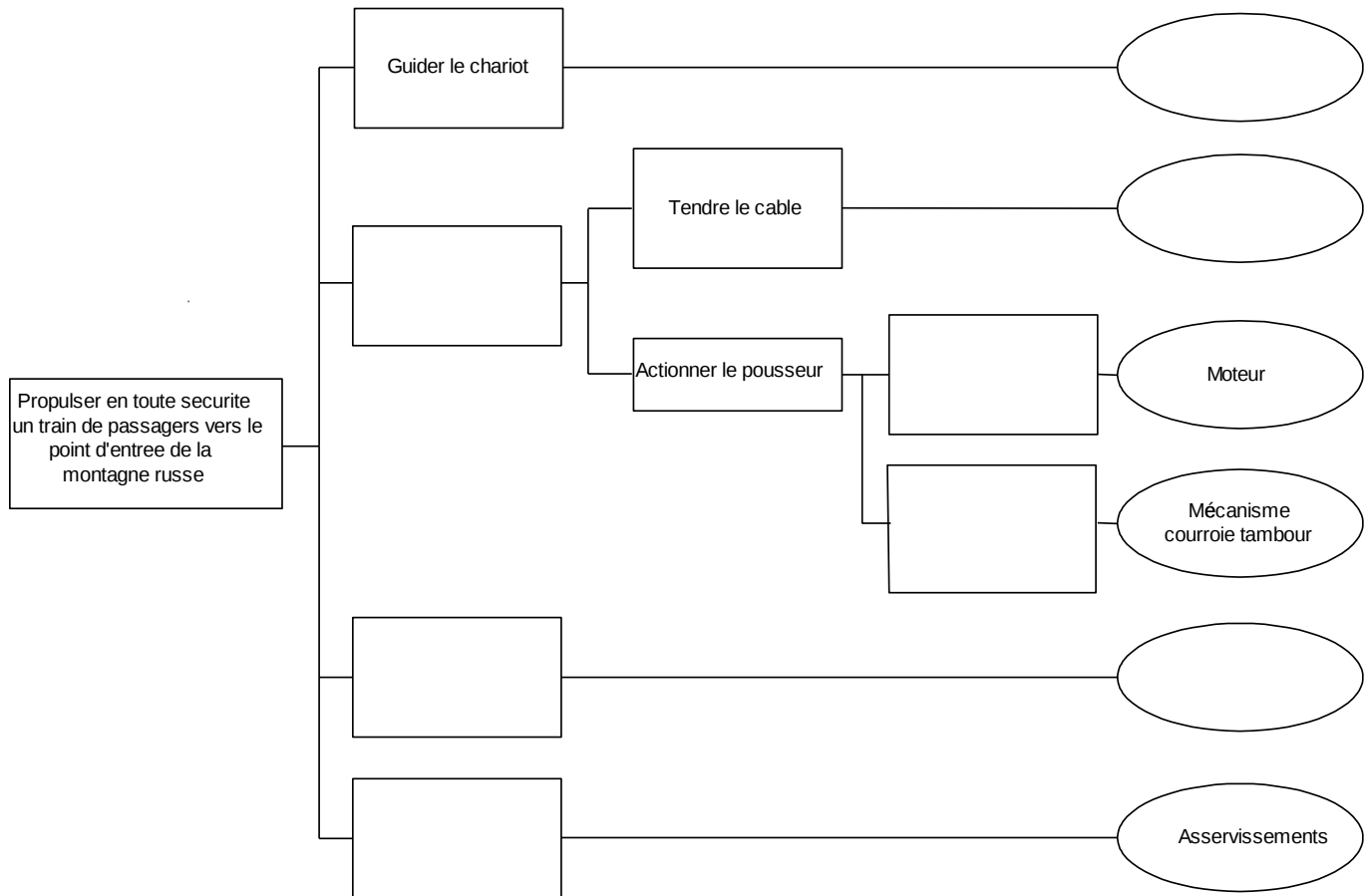
Extrait du cahier des charges

	Fonction	Critères	Niveau
FP ₁	Propulser en toute sécurité un train de passagers vers le point d'entrée de la montagne russe	Durée du cycle de lancement Fréquence de lancement Masse propulsée Inclinaison de la voie Maintien en position Vitesse de propulsion accélération	30 secondes maxi 1 toute les 36s 7500 kg maxi 34° frein de parking 14m/s maxi 8m/s ² mini ± 1 m/s ²

On donne le rapport de la transmission entre les vitesses et les accélérations :

$$\frac{V_{\text{pousseur}}}{\omega_{\text{moteur}}} = \frac{a_{\text{pousseur}}}{\omega'_{\text{moteur}}} = 0.5m$$

- Q1/ Donner le contexte d'utilisation de ce système (ex : aéronautique, hifi, ...)
- Q2/ Dans la phase de conception d'une telle attraction, une fonction est primordiale, laquelle ?
- Q3/ Compléter le diagramme F.A.S.T. suivant :



3 Etude de l'asservissement de la motorisation de la catapulte

3.1 Etude préliminaire : Moteur à courant continu (15 min)

Les équations d'un moteur à courant continu classique sont donnés ci-après :

Equation électrique $u(t) = r.i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$

Equation mécanique $J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t)$

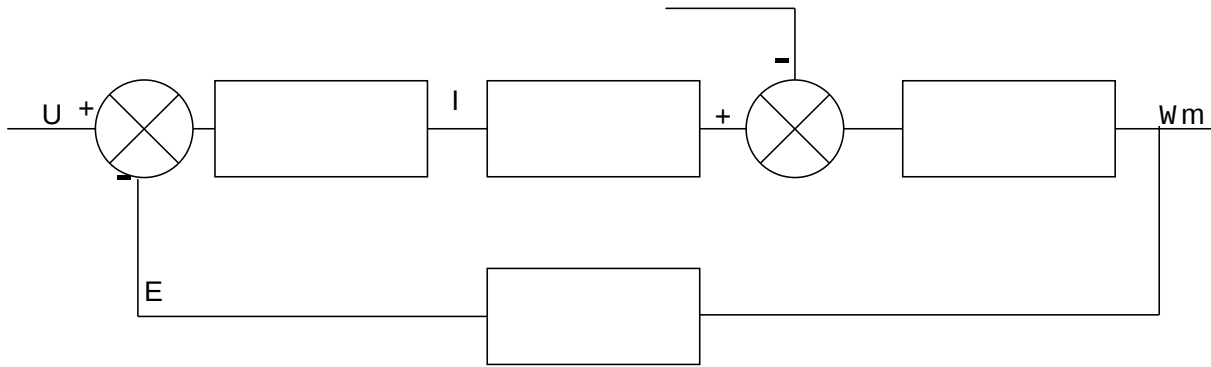
Relations caractéristiques de comportement $C_m(t) = K_t i(t)$ et $e(t) = K_e \omega_m(t)$

Avec

- $u(t)$: la tension aux bornes du moteur (en V) (entrée du système)
- $e(t)$: force contre-électromotrice (en V)
- $i(t)$: intensité (en A)
- $\omega_m(t)$: vitesse de rotation du moteur (en rad/s) (sortie du système)
- $C_m(t)$: couple moteur (en N.m)
- $C_r(t)$: couple résistant (en N.m) (perturbation du système)
- J_{eq} : inertie en rotation de l'arbre moteur (en kg.m^2)
- R résistance électrique du moteur
- L inductance du moteur
- K_e constante de la force contre-électromotrice
- K_t constante de couple

Q4/ Appliquer les transformées de Laplace aux équations précédente. Vous ferez les hypothèses nécessaires.

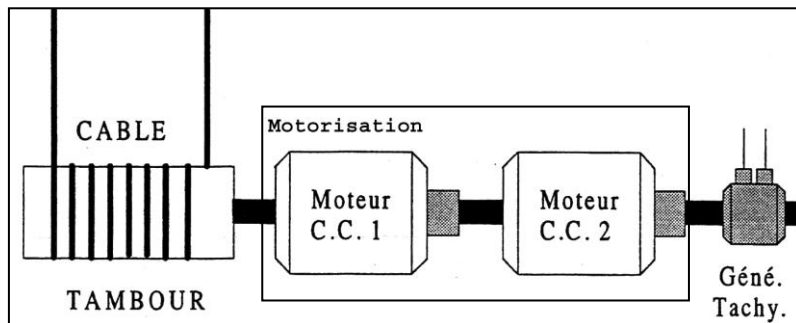
Q5/ Compléter le schéma bloc suivant :



- Q6/** Déterminer la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$ en la mettant sous la forme canonique (on supposera $C_r(p)$ nul pour cette question).
- Q7/** Déterminer la fonction de transfert $G_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}$ en la mettant sous la forme canonique (on supposera $U(p)$ nul pour cette question).
- Q8/** En déduire $\Omega_m(p)$ en fonction de $U(p)$, $C_r(p)$, $H_1(p)$ et $G_1(p)$.

3.2 Présentation de la motorisation de la catapulte

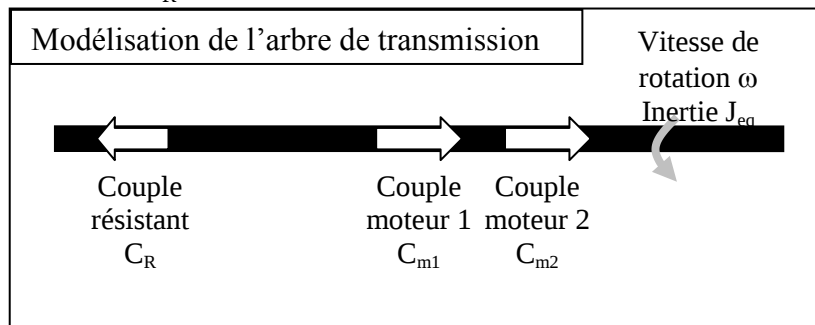
L'entraînement du tambour est obtenu par l'association de deux moteurs montés en tandem selon le schéma ci-contre.



M_1 et M_2 sont des moteurs à courant continu à excitation séparée. Pour chacun des moteurs, on utilisera le modèle classique, linéaire et continu du moteur à courant continu introduit partie 3.1. La vitesse est contrôlée par une génératrice tachymétrique.

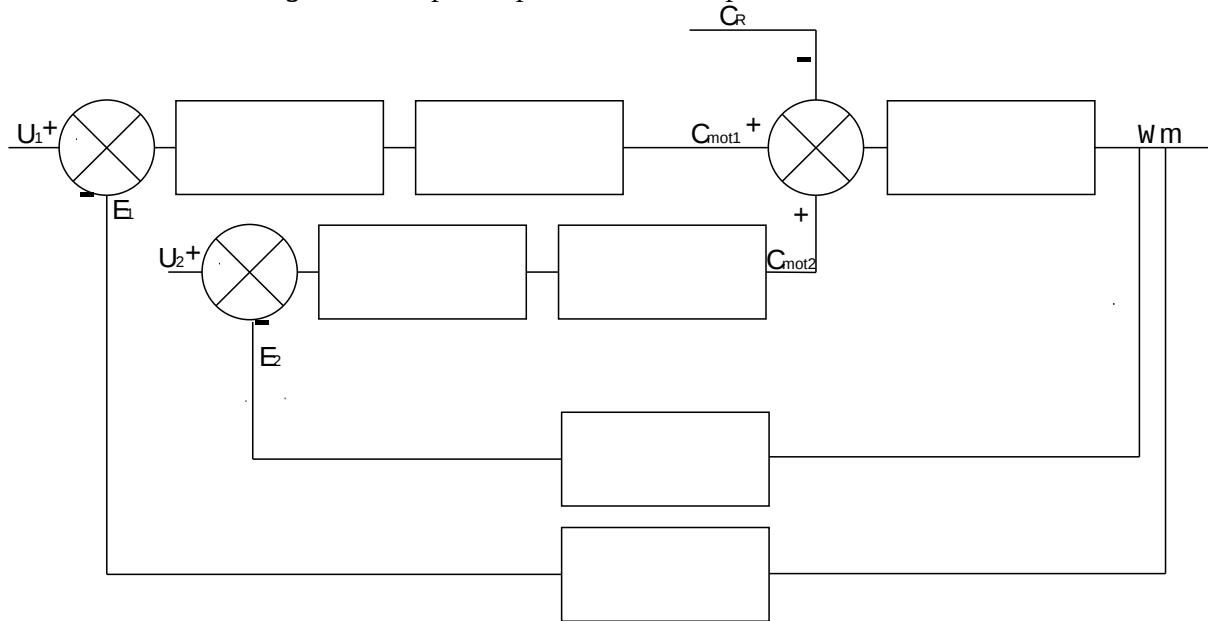
On note :

- u_1 et u_2 les tensions respectives des moteurs M_1 et M_2 ; i_1 et i_2 les courants respectifs ;
- C_{m1} et C_{m2} les couples moteurs
- e_1 et e_2 les forces contre-électromotrices (fcem) ; K_{e1} et K_{e2} les constantes des fcem ;
- K_{t1} et K_{t2} les constantes de couple ;
- R_1 , R_2 les résistances et L_1 , L_2 les inductances des moteurs M_1 et M_2 ;
- J_{eq} l'inertie équivalente de l'ensemble de la transmission ramenée à l'arbre moteur
- $J_{eq} = 3600 \text{ kg.m}^2$
- C_R le couple résistant $C_R = 22200 \text{ Nm}$



3.3 Modélisation de la motorisation (42min)

Q9/ Par analogie avec la partie précédente, compléter le schéma bloc suivant :



Q10/ Montrer que la fonction de transfert peut s'écrire sous la forme :

$$\Omega(p) = H_1(p) \cdot U_1(p) + H_2(p) \cdot U_2(p) - H_3(p) \cdot C_r(p)$$

avec $H_1(p) = \frac{K_{t1}(R_2 + L_2 p)}{D(p)}$; $H_2(p) = \frac{K_{t2}(R_1 + L_1 p)}{D(p)}$; $H_3(p) = \frac{(R_1 + L_1 p)(R_2 + L_2 p)}{D(p)}$;

et où $D(p) = J_{eq}(R_1 + L_1 p) \cdot (R_2 + L_2 p) \cdot (p) + K_{e1} K_{t1}(R_2 + L_2 p) + K_{e2} K_{t2}(R_1 + L_1 p)$

On suppose dans la suite du sujet que les deux moteurs sont strictement identiques et commandés par une même tension commune U. On repartira des expressions fournis ci-dessus.

On donne

- $K_{e1} = K_{e2} = 22 \text{ V/rd/s}$
- $K_{t1} = K_{t2} = 22 \text{ mN/A}$
- $R_1 = R_2 = 0.03 \Omega$
- $L_1 = L_2 = 7.2 \cdot 10^{-4} \text{ H}$
- $U_{1\max} = U_{2\max} = 700 \text{ V}$
- $J_{eq} = 3600 \text{ kg.m}^2$

Q11/ Montrer que la relation de transfert se simplifie.

Q12/ En comparant cette fonction de transfert avec celle trouvée à la question 6 (fonction de transfert d'un moteur à courant continu seul), montrer que cette motorisation est équivalente à un moteur unique dont on précisera les paramètres K_{Eq} , K_{teq} , R_{eq} , L_{eq}

Q13/ Tracer le schéma bloc avec K_{Eq} , K_{teq} , R_{eq} , L_{eq}

Q14/ Mettre la relation de transfert sous la forme canonique suivante et donner les expressions littérales et numériques des différents paramètres

$$\Omega = \underbrace{\frac{K_U}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}}_{H_2(p)} U - \underbrace{\frac{K_{Cr}(1 + T_p)}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}}_{G_2(p)} C_R$$

Q15/ Donner l'allure de la courbe et définir le type de régime en prenant $C_R = 0$

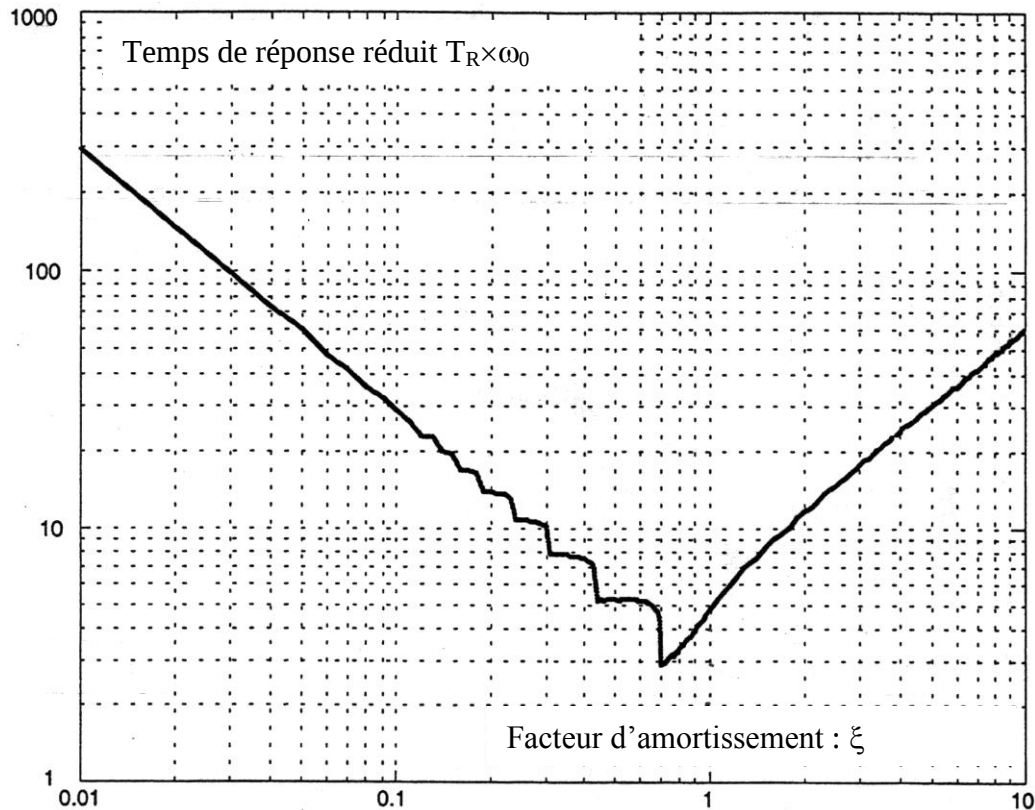
3.4 Performances de la commande en boucle ouverte. (15min)

Le système étant soumis à un échelon de tension de valeur maximale,

Q16/ Calculer la vitesse de rotation limite théorique ω_∞ , effectuer l'application numérique, commenter vis-à-vis du cahier des charges.

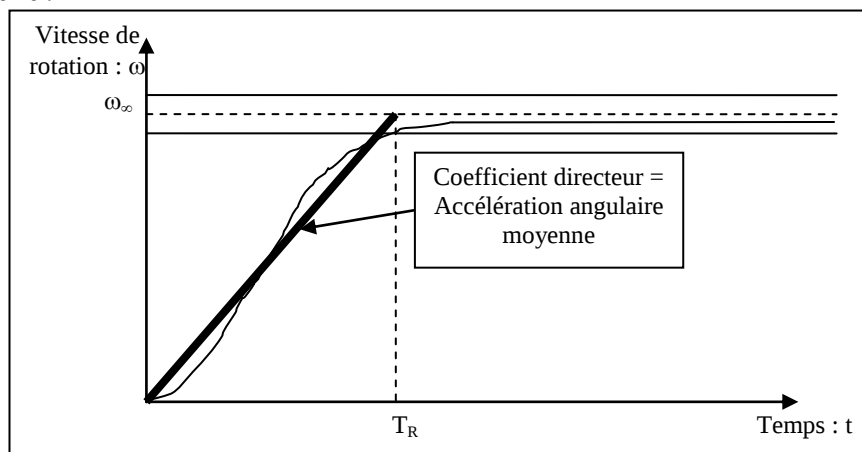
- En négligeant le couple de frottement C_R
- En modélisant le couple de frottement par un échelon $C_R(t)=22200 \text{ Nm}$

Le diagramme suivant permet de définir le temps de réponse à 5% T_R d'un système du deuxième ordre en fonction des valeurs des paramètres caractéristiques ω_0 et ξ .



Q17/ Calculer le temps de réponse à 5 %, T_R

L'accélération angulaire moyenne peut être simplement calculée en utilisant le graphe des vitesses suivant :

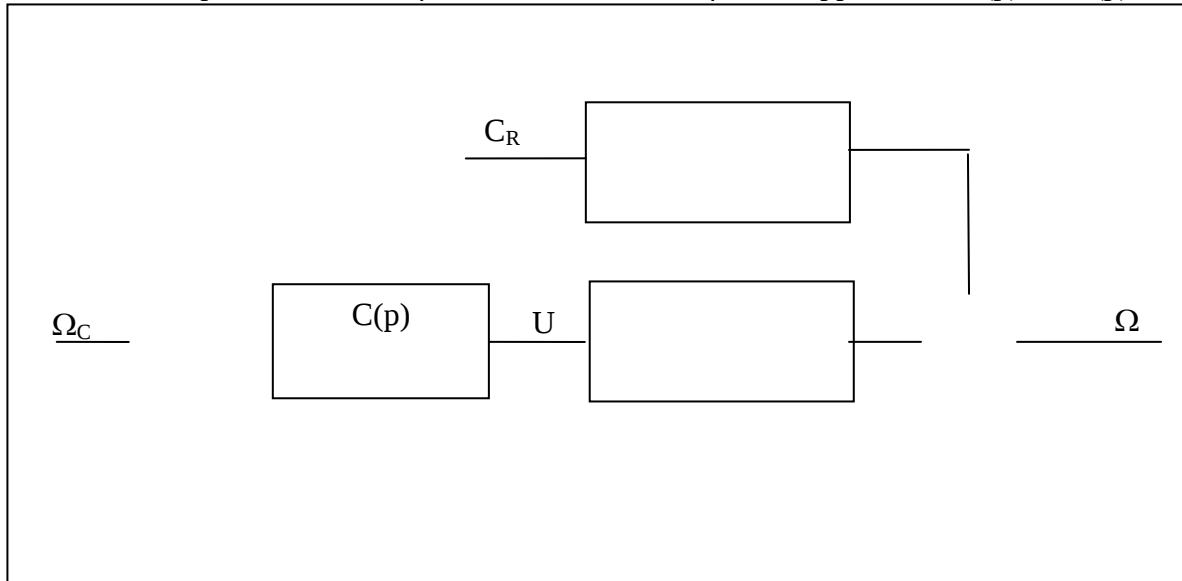


Q18/ En déduire la valeur de l'accélération angulaire moyenne afin d'atteindre la vitesse maxi. Commenter vis-à-vis du cahier des charges

3.5 Commande asservie en vitesse du pousseur

On considère le moteur équivalent asservi en vitesse, à retour unitaire, et dont le réglage est effectué au moyen d'un correcteur $C(p)$.

Q19/ Compléter le schéma fonctionnel suivant en faisant apparaître $H_2(p)$ et $G_2(p)$:



Q20/ Donner la relation de transfert en boucle fermée : $\Omega = f(\Omega_C, C_R)$ en fonction de $H_2(p)$ et $G_2(p)$:

Correcteur à action proportionnelle $C(p) = K_i$

Dans une première approche, il est envisagé de contrôler la tension de commande U des moteurs en insérant simplement un gain K_i .

Q21/ Donner l'expression littérale de la précision pour un échelon d'amplitude Ω_{C0} en entrée.

- En négligeant le couple résistant
- En prenant en compte le couple résistant par un échelon d'amplitude C_{R0} .
- Conclure sur la précision et la sensibilité aux pertes du système.

Correcteur à action proportionnelle et intégrale $C(p) = \frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p}$

Afin d'assurer la précision, on se propose de mettre en place un correcteur à action proportionnel et intégral.

Q22/ Donner l'expression littérale de la précision pour un échelon d'amplitude Ω_{C0} en entrée.

- En négligeant le couple résistant
- En prenant en compte le couple résistant par un échelon d'amplitude C_{R0} .
- Conclure sur la précision et la sensibilité aux pertes du système.

Nota : L'utilisation d'un tel correcteur peut rendre le système instable. Le programme de deuxième année permettra de justifier le choix d'un tel correcteur et de trouver les conditions à assurer entre K_i et T_i garantissant la stabilité (suite l'année prochaine)